# CH7 DIVISIBILITE DANS $\mathbb{Z}$

## EX 15 :

$a\equiv 3(15)$ et $b\equiv 11(15)\Rightarrow a+b\equiv 14(15)\Rightarrow$ Le reste modulo 15 de a+b est 14

$a\equiv 3(15)$ et $b\equiv 11(15)\Rightarrow a-b\equiv -8(15)\Rightarrow a-b\equiv 7(15)\Rightarrow$ Le reste modulo 15 de a-b est 7

$a\equiv 3(15)\Rightarrow -a\equiv -3(15)\Rightarrow -a\equiv 12(3)\Rightarrow$ Le reste modulo 15 de -a est 12

$a\equiv 3(15)$ et $b\equiv 11(15)\Rightarrow a.b\equiv 33(15)\Rightarrow$ Le reste modulo 15 de a.b est 3

$a\equiv 3(15)\Rightarrow -a^2\equiv -9(15)\Rightarrow -a^2\equiv 6(15)\Rightarrow -a^2.b\equiv 66(15)\Rightarrow$ Le reste modulo 15 de $-a^2.b$ est 6

$b\equiv 11(15)\Rightarrow b^2\equiv 11^2(15)\Rightarrow b^2\equiv 121(15)\Rightarrow b^2\equiv 1(15)\Rightarrow ab^2\equiv 3(15)$

$\Rightarrow$ Le reste modulo 15 de $ab^2$ est 3

## EX 16 :

- $b\equiv 4(17)$ et $c\equiv 5(17)\Rightarrow b.c\equiv 20(17)\mathbb{Z}\Rightarrow b.c\equiv 3(17)$ et comme $a\equiv 2(17)\Rightarrow a+bc\equiv 5(17)$
  Donc le reste modulo 17 de a+bc est 5.
- $a\equiv 2(17)\Rightarrow a^2\equiv 2^2(17)\Rightarrow a^2\equiv 4(17)$
  $b\equiv 4(17)\Rightarrow b^2\equiv 16(17)\Rightarrow b^2\equiv -1(17)$ Alors $a^2+b^2+c^2\equiv 4-1+8(17)$ Donc le reste
  $c\equiv 5(17)\Rightarrow c^2\equiv 25(17)\Rightarrow c^2\equiv 8(17)$ modulo 17 de $a^2+b^2+c^2$ est 11.

## EX 17 :

$\begin{cases} a\equiv 5(4) \\ b\equiv 2(4) \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a^2\equiv 25(4) \\ a.b\equiv 10(4) \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a^2\equiv 1(4) \\ a.b\equiv 10(4) \end{cases}\Rightarrow 3a^2+ab-9\equiv 3+10-9(4)$ Donc le reste modulo 4 de $3a^2+ab-9$ est 0.

## EX 18 :

$a\equiv 7(11)\Rightarrow a+1\equiv 8(11)$ et $a+2\equiv 9(11)\Rightarrow a.(a+1)(a+2)\equiv 7x8x9\ (11)\Rightarrow a(a+1)(a+2)\equiv 504(11)$
Donc le reste modulo 11 de a.(a+1)(a+2) est 9 ($504=11x45+9$)

## EX 19 :

1. (par récurrence)
   - pour n=1 $1^2+2^2+\ldots+n^2=1$ et $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=1$ donc la proprieté est vrai pour n=1
   - Soit $n\in\mathbb{N}^*$ Supposons que ..... et montrons que .....(facile)
2. D'après 1. $1^2+2^2+\ldots+100^2=\frac{100.101.201}{6}=50.101.67\equiv 1.3.4(7)$ (car $50\equiv 1(7)$ ...)
   Donc le reste modulo 7 De $1^2+2^2+\ldots+100^2$ est 5